

# Wymagania edukacyjne z matematyki Klasa 3 technikum Zakres podstawowy

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

## 1. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$ , i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ , gdzie $a \neq 0$ , wzdłuż osi $OX$ albo wzdłuż osi $OY$ , podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia

<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współczynnik <math>a</math> tak, aby funkcja <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> spełniała podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x-p} + q</math>, gdzie <math>x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}</math> i <math>a \neq 0</math>, i wyznacza równania jej asymptot</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca wzór funkcji danej w postaci <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}</math> do postaci <math>f(x) = \frac{r}{x-p} + q</math> oraz szkicuje jej wykres</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>

## 2. TRYGNOMETRIA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenie Pitagorasa w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory: <math>\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math>, <math>\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha</math>, <math>\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha</math> do obliczania wartości wyrażenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: <math>P = \frac{1}{2}ah</math> oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku <math>a</math>: <math>P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pola czworokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych <math>\alpha</math> i <math>90^\circ - \alpha</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta: <math>P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dowodzi prawdziwości wzoru <math>P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma</math></li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>

## 5. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach
• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego

• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
• stosuje wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ do obliczania pola trójkąta
• uzasadnia wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur
• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności
• zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku
• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
• udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie

### FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w prostych przypadkach
• oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów

<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu-oraz szkicuje ten wykres</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych albo przez symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza logarytm danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu – do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych albo symetrię względem osi układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym, korzystając z własności funkcji wykładniczej lub funkcji logarytmicznej – w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji, stosując złożenie przekształceń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu i liczby logarytmowanej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje z wykresu funkcji logarytmicznej zbiór rozwiązań nierówności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. <math>\log_2 3</math></li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia twierdzenia o działaniach na logarytmach</li> </ul>