

**Wymagania edukacyjne z matematyki
klasa 4 technikum po szkole podstawowej
poziom podstawowy i rozszerzony**

1. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

| |
|--|
| • oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych |
| • stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach |
| • wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców |
| • stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach |
| • oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi |
| • stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach |
| • podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu |
| • podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej |
| • wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt |
| • podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami |
| • opisuje koło w układzie współrzędnych |
| • sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła) |
| • rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną |
| • wykonuje działania na wektorach |
| • sprawdza, czy wektory są równoległe |
| • stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów |
| • stosuje działania na wektorach do podziału odcinka |
| • wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych |
| • rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne |
| • wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

| |
|---|
| • wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej |
| • stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach |
| • stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach |
| • sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu |
| • wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg |
| • stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie |
| • określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami |
| • wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem |
| • stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów |
| • podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia |
| • opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny |

| |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności |

2. CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie |
| <ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres ciągu |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki |
| <ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym |
| <ul style="list-style-type: none"> • bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorzem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • podaje przykłady ciągów arytmetycznych |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica |
| <ul style="list-style-type: none"> • określa monotoniczność ciągu arytmetycznego |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego |
| <ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| <ul style="list-style-type: none"> • podaje przykłady ciągów geometrycznych |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy |
| <ul style="list-style-type: none"> • określa monotoniczność ciągu geometrycznego |
| <ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość |
| <ul style="list-style-type: none"> • ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach |

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • podaje granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$ |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$ |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • bada monotoniczność ciągów |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu |
| <ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów |
| <ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego |
| <ul style="list-style-type: none"> • zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

| |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru |
| <ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej |

3. STATYSTYKA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

| |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych |
| <ul style="list-style-type: none"> • odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

| |
|--|
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami |
| • odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach |
| • wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach |
| • oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami |
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami |
| • rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

| |
|--|
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |
|--|

4. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

| |
|---|
| • wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia |
| • stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach |
| • przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach |
| • wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru |
| • wykonuje obliczenia, stosując definicję silni |
| • oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach |
| • oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach |
| • oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach |
| • oblicza wartość symbolu Newtona |
| • oblicza liczbę kombinacji – w prostych sytuacjach |
| • stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach |
| • wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności |
| • określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia |
| • wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu |
| • określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się |
| • wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach |
| • stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach |
| • podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką |
| • oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego |
| • stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach |
| • oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach |
| • sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach |
| • oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach |
| • stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach |
| • ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa |
| • oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernulliego |

| |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

| |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności trójkąta Pascala |
| <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów |
| <ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej k sukcesów w n próbach |
| <ul style="list-style-type: none"> • podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa |
| <ul style="list-style-type: none"> • udowadnia wzór Bayesa |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |