

# Wymagania edukacyjne z matematyki Klasa 3 Branżowa Szkoła II stopnia (po gimnazjum) Zakres podstawowy

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Odpowiadają one w przybliżeniu ocenom szkolnym. Określając te poziomy, nauczyciel powinien sprecyzować, czy opanowania pewnych umiejętności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) czy celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, powinny zatem być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K), wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych wiadomości.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiono podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K);
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomach (K) i (P);
ocena dobra	–	wymagania na poziomach (K), (P) i (R);
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomach (K), (P), (R) i (D);
ocena celująca	–	wymagania na poziomach (K), (P), (R), (D) i (W).

## 1. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

•	podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
•	zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
•	zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
•	oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
•	wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
•	szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
•	określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na sześciąt sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równanie wielomianowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wielomian w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> bez wykonywania dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki; rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory <math>a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)</math> oraz <math>a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian <math>(x - p)(x - q)</math> bez wykonywania dzielenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math>, stosując schemat Hornera</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe, stosując twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci <math>x - a</math> (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów</li> </ul>

## 2. CIĄGI

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
• wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
• bada monotoniczność ciągu – w prostych przypadkach
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• bada monotoniczność ciągów
• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest jego wzór ogólny – w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• stosuje własności ciągu arytmetycznego oraz wzory na sumę jego wyrazów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, w tym w zadaniach tekstowych
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego – w zadaniach różnego typu
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami

- stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę  $n$  początkowych wyrazów tych ciągów, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym – w trudniejszych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu

### 3. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny w prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory <math>P = \frac{abc}{4R}</math> i <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math> do obliczania pola trójkąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia wzory <math>P = \frac{abc}{4R}</math> i <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie</li> </ul>